

# Wirtschaftlichkeitsberechnungen bei unscharfen Eingabeinformationen

Prof. Dr.sc.techn. Dr.-Ing. Johannes Hoffmann  
thermovolt AG

## 1. Vorbemerkungen

Insbesondere bei der Planung und Projektierung, aber auch beim Betrieb von Energiesystemen (Wärme, Strom) bzw. einzelnen Anlagen zur Energieerzeugung, -übertragung, -verteilung und -umwandlung/ -anwendung sind Wirtschaftlichkeitsbeurteilungen maßgebende Voraussetzungen für deren effiziente Nutzung und in diesem Zusammenhang zu treffende Entscheidungen.

Sie basieren auf Wirtschaftlichkeitsberechnungen, die längere Zeiträume umfassen und in deren Ergebnis kriteriellen Resultatgrößen wie z. B. Annuitäten, Kapital- u. Barwerten, Amortisationsdauern, effektiven Zinssätzen, Renditen, Erlösen, Gewinnen, Kosten, break even points u.a. Zahlenwerte zugewiesen werden, die an gewissen Kriterien (z. B. kleiner oder größer als vorgegebene Limitwerte, Verbleiben innerhalb eines vorgegebenen Bereiches, Erreichen von Maxima oder Minima) überprüft werden.

In derartige Wirtschaftlichkeitsberechnungen gehen viele Eingabegrößen ein, die sehr häufig nicht mit genauen Zahlenwerten belegbar sind, sondern mangels detaillierter Informationen unscharf und ungenau vorliegen. Dabei können die verfügbaren oder zugänglichen Eingabe-Informationslevel unterschiedlich sein:

Entweder sind nur Unschärfebereiche bekannt oder abschätzbar, in denen Zahlenwerte der Eingabegrößen liegen können oder es sind weitere Informationen darüber verfügbar, welcher Verteilung oder welchen diskreten Verteilungen bzw. welchem Verteilungskontinuum über den Unschärfebereichen sie unterliegen.

Folglich erhält man für die Resultatgrößen ebenfalls Unschärfebereiche, die konventionell mit bekannten Verfahren der Sensitivitätsanalyse beurteilt werden [2], [3].

Sind jedoch Wirtschaftlichkeitsvergleiche zwischen verschiedenen zur Auswahl stehenden Varianten vorzunehmen und schließlich Entscheidungen zugunsten einer Vorzugsvariante zu treffen, so versagen die bekannten deterministischen Verfahren mindestens immer dann, wenn die Unschärfebereiche der jeweiligen kriteriellen Resultatgrößen ganz oder teilweise koinzidieren. Eben diese Konstellation tritt in der Ingenieurpraxis außerordentlich häufig auf.

Im Folgenden wird für die Lösung derartiger Probleme ein Konzept prinzipiell vorgestellt, dessen Grundlagen vom Autor u. seinen wissenschaftlichen Mitarbeitern an den Technischen Hochschule Leipzig u. Wismar sowie im o.a. Unternehmen des Autors ausgearbeitet wurde. Dessen professionelle Anwendung hat sich seit vielen Jahren bei unterschiedlichsten Problemlösungen in der Energiewirtschaft bewährt.

Eingabevariable werden als ein- oder mehrdimensionale Zufallsvariable aufgefaßt und beschrieben. Dann sind jedoch die Resultatvariablen ebenfalls zufällige Veränderliche und Erfüllung oder Verletzung vorgegebener Wirtschaftlichkeitskriterien fungieren als zufällige erwünschte oder unerwünschte Ereignisse.

So sind z. B. erwünschte Ereignisse, wenn Kosten, Annuitäten oder Amortisationsdauern minimal werden oder Gewinne, Renditen oder Kapitalwerte möglichst große Zahlenwerte erreichen.

Diesem Sachverhalt müssen die Wirtschaftlichkeitskriterien angepaßt sein:

Erwünschte Ereignisse sollen mit unter den gegebenen Umständen maximaler Wahrscheinlichkeit (also möglichst häufig oder immer) auftreten, während unerwünschte Ereignisse hingegen mit minimaler Wahrscheinlichkeit (also möglichst selten oder gar nicht) vorkommen sollen.

Dieses Lösungskonzept [1] mit seiner charakteristischen Ergebnisinterpretation erlaubt objektivierte Entscheidungen in all den Fällen, in denen konventionelle Vorgehensweisen versagen.

In allen anderen Fällen werden Entscheidungen erleichtert und vor allem qualifiziert, weil Informationen verarbeitet werden, die bei konventionellen Verfahren unberücksichtigt bleiben.

Das Lösungskonzept läßt sich darüber hinaus ohne Schwierigkeiten dem jeweils verfügbaren Fundus an Eingabeinformationen anpassen.

In den folgenden Abschnitten wird dieses Lösungskonzept an absichtlich vereinfachten Beispielen demonstriert, um das Wesentliche deutlich zu machen.

Die Eingabevariablen werden mit  $x$ , die Resultatvariablen mit  $y$  bezeichnet. Sie können mit beliebigen physikalisch-technischen, betriebswirtschaftlichen oder finanzmathematischen Bedeutungen hinterlegt sein.

## 2. Unschärfemodelle

### 2.1 Verteilungen der Resultatvariablen

Die  $m$  Resultatvariablen  $y_j$  mit  $j = 1, 2, \dots, m$  seien explizit durch Funktionen  $\varphi_j$  von  $n$  Eingabevariablen  $x_i$  mit  $i = 1, 2, \dots, n$  definiert:

$$y_i = \varphi_j(x_1, \dots, x_n) \quad (1)$$

Die  $n$  Eingabevariablen unterliegen in dem Unschärfebereich  $x_{iU} \leq x_i \leq x_{iO}$  ( $u$  unten,  $o$  oben) mit  $i = 1, 2, \dots, n$  der  $n$ -dimensionalen Dichte  $f(x_1, \dots, x_n)$  bzw. Verteilung  $F(x_1, \dots, x_n)$ .

Die Resultatvariablen  $y_j$  unterliegen deshalb innerhalb von Unschärfebereichen  $[y_{jU}, y_{jO}]$  ebenfalls zufälligen Schwankungen/Veränderungen, die durch ihre Verteilungen charakterisiert sind. Diese gesuchten Marginalverteilungen der Resultatvariablen berechnen sich aus dem  $n$ -fachen Integral

$$G_j(y_j) = \int_{(IG)} \dots \int f(x_1, \dots, x_n) \prod_{i=1}^n dx_i \quad (2)$$

dessen Grenzen durch das Integrationsgebiet (IG)

$$\varphi_j(x_1, \dots, x_n) < y_i \quad (3)$$

festliegen. Für den praktisch außerordentlich wichtigen Sonderfall voneinander unabhängiger Eingabevariablen gilt:

$$G_j(y_j) = \int_{(IG)} \dots \int \prod_{i=1}^n f_i(x_i) dx_i \quad (4)$$

Die Marginalverteilung  $G_j$  jeder Resultatvariablen  $y_j$  ist über dem Unschärfebereich  $y_{jU} \leq y_j \leq y_{jO}$  mit  $G_j(y_{jU}) = 0$  und  $G_j(y_{jO}) = 1$  definiert.

Prinzipiell gilt dieses Unschärfemodell auch dann, wenn die Resultatvariablen  $y_j$  mit den Eingabevariablen  $x_i$  nicht explizit nach (1), sondern implizit, z. B. über Differentialgleichungen, verknüpft sind.

### 2.2 Kontinuum von Verteilungen der Eingabevariablen

In Abschnitt 2.1 scheint Voraussetzung zu sein, daß genaue Informationen über das Unschärfe- (Zufalls-) Verhalten der Eingabevariablen durch  $f(x_1, \dots, x_n)$  oder die  $f_i(x_i)$  mit  $i = 1, 2, \dots, n$  vorliegen.

Das ist jedoch durch die folgende Erweiterung nicht der Fall:

Jede Eingabevariable  $x_i$  (der Laufindex  $i$  wird im folgenden fortgelassen) unterliegt einer Mannigfaltigkeit (einem Kontinuum) von Verteilungen  $F_X(x, \xi_1, \dots, \xi_n)$ , die von  $n$  Parametern  $\xi_i$  mit  $i = 1, 2, \dots, n$  abhängen. Diese Parameter sind zufällig kontinuierlich variabel zwischen unteren und oberen Schranken

$$\xi_{iu} \leq \xi_i \leq \xi_{io} \quad (5)$$

und unterliegen der Dichte  $h(\xi_1, \dots, \xi_n)$ .

Die Eingabevariable  $x$  unterliegt unter diesen Voraussetzungen der sogenannten resultierenden Dichte

$$f(x) = \int_{\xi_{iu}}^{\xi_{io}} \dots \int_{\xi_{iu}}^{\xi_{io}} F_x(x, \xi_1, \dots, \xi_n) \prod_{i=1}^n d\xi_i \quad (6)$$

bzw. resultierenden Verteilung

$$F(x) = \int_{x_u}^x f(x) dx \quad (7)$$

Hierbei ist zu beachten, daß bei vielen Anwendungen  $F(x)$  über einzelnen Teilintervallen aus  $x_u \leq x \leq x_o$  berechnet werden muß und die Grenzen für die  $\xi_i$  der dann auftretenden Teilintegrale von  $x$  abhängig sein können.

### 2.3 Verschiedene Eingabe-Informationslevel

Der über die Eingabevariablen verfügbare Informationslevel bestimmt maßgeblich das procedere bei der Ermittlung der Verteilungen bzw. Wahrscheinlichkeiten für erwünschte oder unerwünschte Ereignisse:

Liegen im einfachsten Fall keine weiteren Informationen über Eingabevariable vor, muß deren statistische Unabhängigkeit (eine sehr häufig sicher erfüllte Voraussetzung) und gleichverteiltes, d. h. gleichhäufiges Auftreten innerhalb ihrer Unschärfeintervalle unterstellt werden.

Liegen hingegen weitere Informationen über das Verhalten von Eingabevariablen vor, z. B. die Art ihrer Verteilungen und die Unschärfbereiche der zugehörigen Verteilungsparameter, so müssen die resultierenden Verteilungen dieser Eingabevariablen nach (6) und (7) für (2) oder (4) herangezogen werden.

Liegen schließlich die unscharfen Eingabeinformationen nach Abschnitt 2.1 vor, so lassen sich die Verteilungen der Resultatvariablen unmittelbar nach (2) bzw. (4) bestimmen.

### 3. Monte-Carlo-Simulation

Die Verteilungen (2) bzw. (3) und (7) mit (6) lassen sich nur in einfachsten Fällen analytisch geschlossen berechnen. Die numerische Integration von Mehrfachintegralen ist einerseits zeitaufwendig, andererseits bereitet jedoch die Bestimmung der variablen Grenzen der inneren Integrale, vor allem bei vieldimensionalen Problemen, erhebliche Schwierigkeiten.

Derartige Schwierigkeiten lassen sich durch die Monte-Carlo-Simulation vermeiden. Das Prinzip besteht in der Nachbildung statistischer Versuche, durch die Realisierungen der  $n$ -dimensionalen Zufallsvariablen  $(x_1, \dots, x_n)$  so erzeugt werden, daß sie der gegebenen Verteilung  $F(x_1, \dots, x_n)$  unterliegen.

Aus jeder Realisierung der  $n$ -dimensionalen Eingabevariablen  $(x_1, \dots, x_n)$  wird nach (1) eine Realisierung der Resultatvariablen  $y$  berechnet.

Liegen hinreichend viele ( $h$ ) Realisierungen für  $y$  vor, so wird diese Stichprobe mit bekannten Verfahren der mathematischen Statistik derart ausgewertet, daß im Ergebnis für  $y$  eine empirische Verteilung und zugehörige Verteilungsparameter (gewöhnliche und zentrale Momente) vorliegen.

Der Prinzipialalgorithmus für eine Resultatvariable  $y$  ( der Index  $j$  ist hier weggelassen) ist in Abb. 1 angegeben.

Danach werden für jede Realisierung  $r = 1, 2, \dots, h$  mit Hilfe geeigneter Zufallsgeneratoren  $n$  Pseudozufallszahlen  $z_i(r)$  mit  $i = 1, 2, \dots, n$  ausgelost (berechnet) und unter Beachtung von  $x_{iU} \leq x_i \leq x_{iO}$  linear in die Zufallsgrößen  $x_i(r)$  transformiert:

$$x_i = x_i(r) (x_{iO} - x_{iU}) + x_{iU} \quad (8)$$

Eine ausgeloste weitere,  $(n + 1)$ -te, ebenfalls in  $[0, 1]$  gleichverteilte Pseudozufallszahl  $z(r)$  wird durch

$$a(r) = z(r) f_{\max} \quad (9)$$

mit dem Maximum  $f_{\max}$  der gegebenen Dichte  $f(x_1, \dots, x_n)$  in eine Größe  $a(r)$  transformiert.

Damit liegt ein  $(n + 1)$  - Werte - Tupel  $[x_1(r), \dots, x_n(r), a(r)]$  vor, das im  $(n + 1)$  - dimensionalen Raum, der durch  $x_1, \dots, x_n$  und  $f(x_1, \dots, x_n)$  aufgespannt wird, einen Punkt markiert.

Über der  $x_1 - x_2 - \dots - x_n$  - "Ebene" bildet die Dichte eine "gewölbte Fläche". Liegt dieser markierte Punkt unter der gewölbten Dichtefläche, so wird die Realisierung  $[x_1(r), \dots, x_n(r)]$  registriert, anderenfalls verworfen.

Aus jeder derart registrierten Realisierung wird mit (1) eine Realisierung  $y(r)$  berechnet.

Liegen durch Wiederholung dieses Vorgehens  $h$  Realisierungen  $y(1), \dots, y(h)$  vor, so erhält man durch geeignete statistische Auswertung dieser Stichprobe eine, hier allerdings empirische, Marginalverteilung von  $y$  ebenso wie die zugehörigen Verteilungsparameter.

Zu diesem Prinzipialalgorithmus existieren Modifikationen, die jedoch alle dem gleichen Grundprinzip unterliegen.

Wesentlich für die statistische Sicherheit der Monte-Carlo-Simulations-Ergebnisse ist die Anzahl der simulierten Realisierungen (Stichprobenumfang).

Die  $n$  Eingabevariablen spannen einen  $n$ -dimensionalen Raum auf, in dem jedes simulierte (ausgeloste) Tupel  $(x_1, \dots, x_n)$  einen Raumpunkt markiert.

Die statistische Sicherheit der Simulationsergebnisse hängt maßgeblich davon ab, ob dieser  $n$ -dimensionale Raum mit einer möglichst hohen und ortsunabhängigen Punktdichte belegt ist.

Je mehr Eingabevariable in ein Problem eingehen, desto größer muß der Stichprobenumfang sein.

Er muß je nach Problemstellung etwa zwischen  $10^5$  und  $10^7$  liegen.

In unmittelbarem Zusammenhang damit erweist es sich als nützlich, aus (1) die Minimal- und Maximalwerte  $y_{jU}$  und  $y_{jO}$  der Resultatvariablen  $y_j$  separat zu berechnen, da bei der Simulation in den Anfangs- und Endbereich der empirischen Verteilung  $G_j(y_j)$  in der Regel wenig Realisierungen fallen, so daß die sich aus der Monte-Carlo-Simulation ergebenden Minimal- und Maximalwerte der Resultatvariablen unsicher sein können.

In Abb. 1 ist der zugehörige Prinzip-Algorithmus dargestellt.

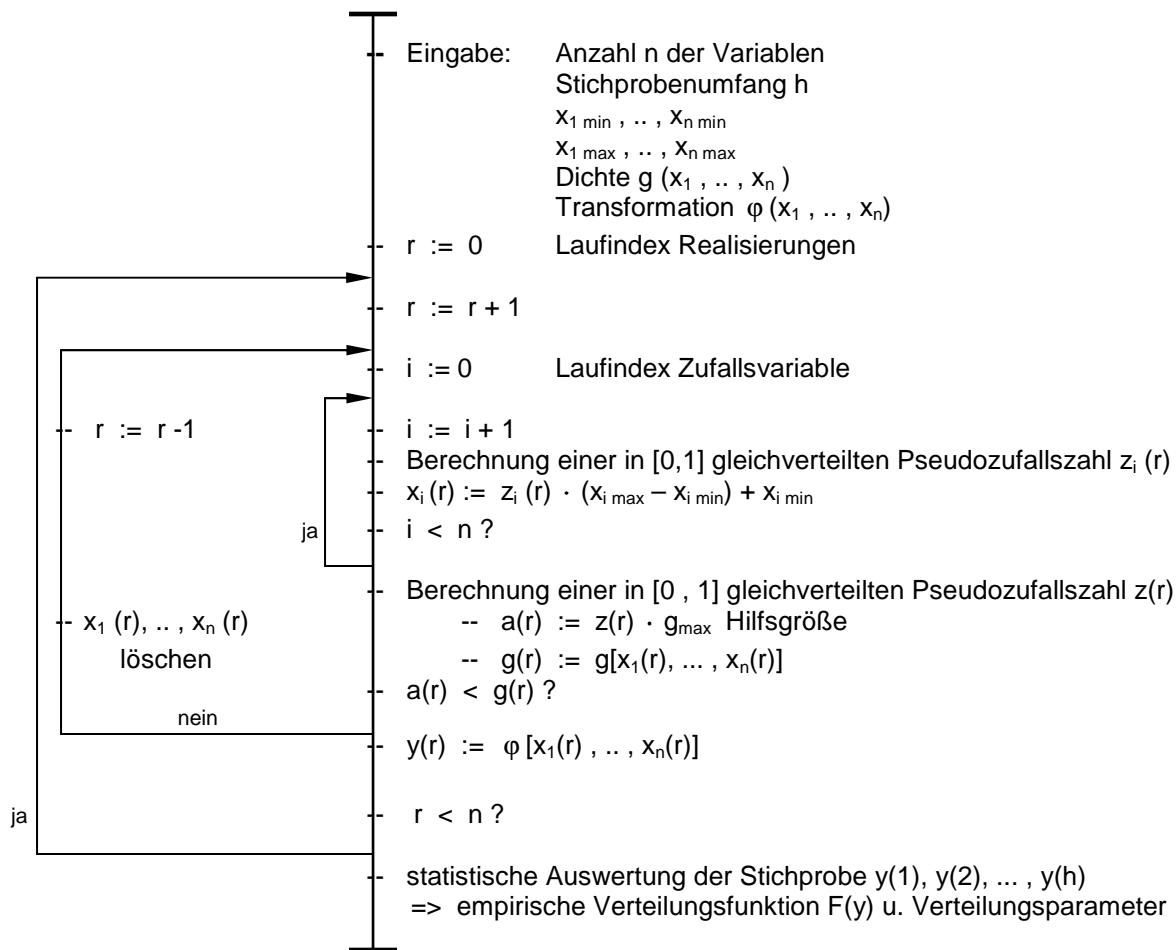


Abb. 1

#### 4. Wirtschaftlichkeitsbewertung nach dem Minimum kriterieller Größen

Werden zur Beurteilung der Wirtschaftlichkeit von Lösungsvarianten für Energieprobleme kriterielle Größen wie z. B. Investkosten, break even points, Kapitaldienste, Kosten verschiedener Definitionen, Barwerte, Amortisations- u. Rückflußdauern o.a. herangezogen, so ist nach konventionellem procedere [2] ... [4] diejenige Variante j die wirtschaftlich günstigste, deren kriterielle Größe  $y_j$  kleiner als die kriteriellen Größen aller anderen in Rede stehenden Varianten ist:

Sind insgesamt a Varianten nach ihren kriteriellen Größen  $y_1, \dots, y_a$  zu bewerten, so ist die Variante  $j \in [1, a]$  am wirtschaftlichsten, bei der

$$y_j = \underset{i=1}{\overset{n}{\text{Min}}} y_i \tag{10}$$

erfüllt ist.

Eben dieses deterministisch formulierte Kriterium verliert angesichts des realen Unschärfeverhaltens der Resultatvariablen  $y_1, \dots, y_a$  seinen Sinn und muß durch ein Kriterium ersetzt werden, welches dem Unschärfesachverhalt angepaßt ist.

Als Beispiel sind in Abb. 2 die Unschärfebereiche der jährlichen per-unit-Kosten von 3 Lösungsvarianten aufgetragen. Die Unschärfebereiche der per-unit-Kosten der Varianten 2 bzw. 3 koinzidieren jeweils vollständig mit dem Unschärfebereich der per-unit-Kosten von Variante 1. Die per-unit-Kosten aller 3 Varianten koinzidieren vollständig in einem Bereich von 0,458 bis 0,728. In diesem Koinzidenzbereich sind zwischen den per-unit-Kosten der 3 Varianten beliebige Größenrelationen möglich.

Es ist daher völlig ausgeschlossen und auch unsinnig, die 3 Lösungsvarianten nach dem Kriterium (10) hinsichtlich ihrer per-unit-Kosten zu beurteilen oder gar eine Entscheidung zugunsten einer dieser 3 Varianten zu treffen.

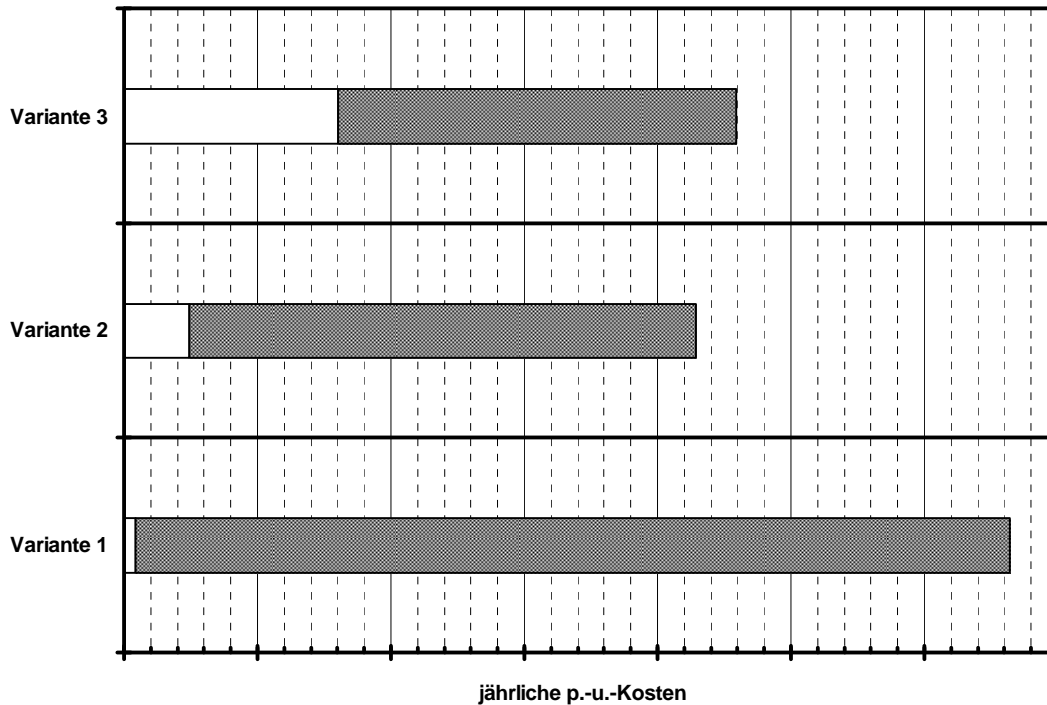


Abb. 2

Der reale Sachverhalt besteht vielmehr darin, daß innerhalb der Koinzidenzbereiche der per-unit-Kosten der 3 Varianten verschiedene Größenrelationen zufällig auftreten können. Das Auftreten jeder möglichen Größenrelation entspricht einem Zufallsereignis, das mit einer berechenbaren Auftretswahrscheinlichkeit verbunden ist.

Unter den gegebenen Umständen ist deshalb diejenige Variante die wirtschaftlich günstigste, deren per-unit-Kosten am häufigsten, d. h. mit maximaler Wahrscheinlichkeit kleiner sind als die per-unit-Kosten der übrigen in Rede stehenden Varianten:

Bezeichnet  $P_k$  die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die per-unit-Kosten  $y_k$  der Variante  $k = 1, 2, \dots, a$  minimal wird

$$P_k = P \left\{ y_k = \underset{i=1}{\overset{a}{\text{Min}}} y_i \right\} \quad (11)$$

so ist die Variante  $j = 1, 2, \dots, a$  die wirtschaftlich günstigste, bei der die Wahrscheinlichkeit  $P_k$  ein Maximum erreicht:

$$P_j = \max_{k=1}^a P_k$$

(12)

Eben diese Wahrscheinlichkeiten lassen sich aus den Unschärfebereichen der per-unit-Kosten dieser Varianten nicht entnehmen. Dazu ist es unabdingbar, die Verteilungsfunktionen der per-unit-Kosten dieser Varianten und ihre Relationen zueinander zu kennen.

In Abb. 3 sind diese durch Monte-Carlo-Simulation ermittelten Verteilungen aufgetragen.

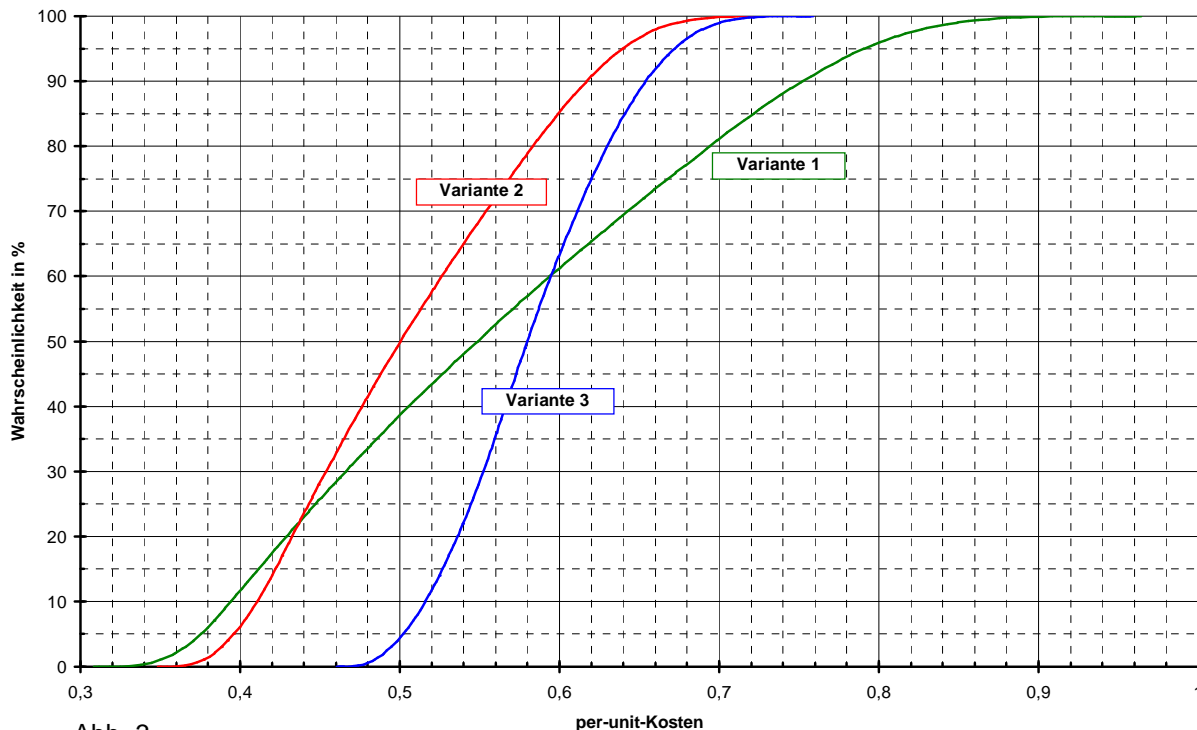


Abb. 3

Diese Verteilungen verlaufen über den Unschärfebereichen nach Abb. 2 und überschneiden sich gegenseitig. Die durch Monte-Carlo-Simulation ermittelten Wahrscheinlichkeiten (11) für die erwünschten Ereignisse jeweils kleinster per-unit-Kosten lauten:

$$P_1 = P ( y_1 = \text{Min} ) = 0,2361$$

$$P_2 = P ( y_2 = \text{Min} ) = 0,6968$$

$$P_3 = P ( y_3 = \text{Min} ) = 0,0671$$

Die Wahrscheinlichkeit für das erwünschte Ereignis kleinster per-unit-Kosten nimmt für die Variante  $j = 2$  den größtmöglichen Wert nach (12) an.

Die per-unit-Kosten  $y_2$  der Variante 2 sind mit der größtmöglichen Wahrscheinlichkeit von 0,6968 kleiner als die per-unit-Kosten der noch in Rede stehenden Varianten 1 und 3.

Eine Aussage über die Wahrscheinlichkeiten, mit denen die verschiedenen möglichen Größenrelationen zwischen den kriteriellen Größen  $y_j$  auftreten können, ist aus dem Verlauf der sich überschneidenden Verteilungen nach Abb. 3 nicht möglich.

Diese Wahrscheinlichkeiten (11) müssen entweder analytisch oder durch Monte-Carlo-Simulation ermittelt werden.

Überschneiden sich hingegen die Verteilungen der kriteriellen Größen nicht, so läßt sich die Größenrelation zwischen den kriteriellen Größen der Varianten aus dem Verlauf der Verteilungen sofort ablesen, wobei die Auftrittswahrscheinlichkeit für diese Größenrelation 1 beträgt:

Als Beispiel sind in Abb. 4 die Monte-Carlo-simulierten Verteilungen der Amortisationsdauern von 3 Lösungsvarianten angegeben.

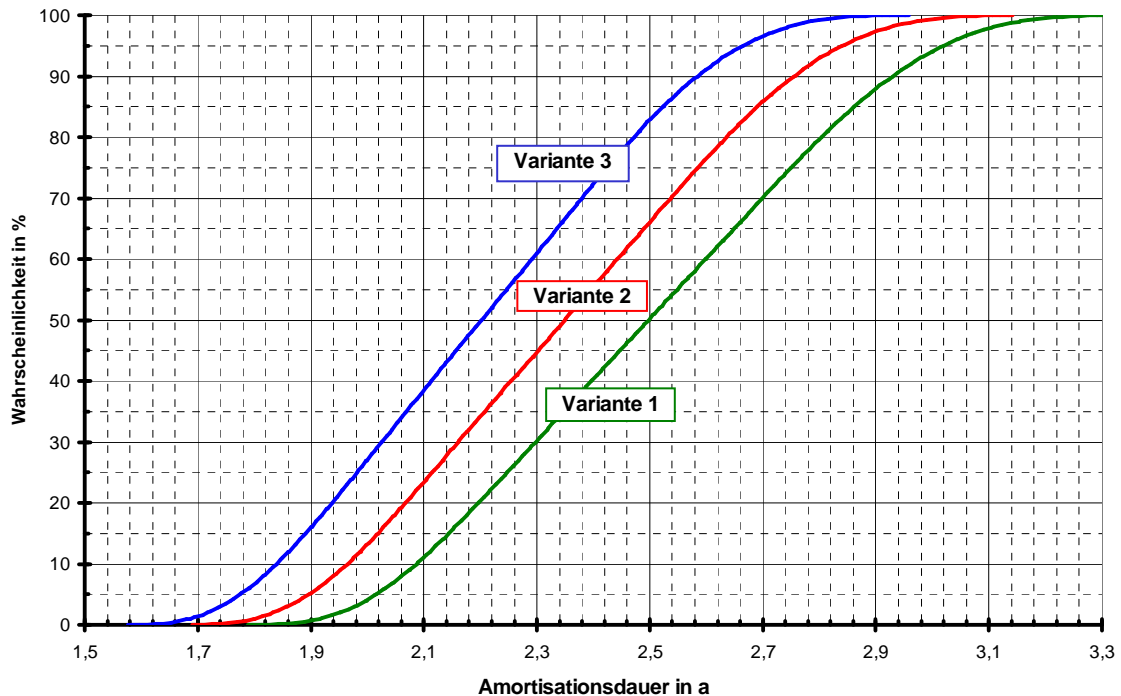


Abb. 4

Nach Abb. 4 besteht zwischen den Verteilungen der Amortisationsdauern  $y$  über alle Unschärfbereiche die Relation

$$G_1(y) < G_2(y) < G_3(y).$$

Bei dieser Konstellation der Verteilungsfunktionen der kriteriellen Größen gilt mit Wahrscheinlichkeit Eins, d. h. mit Sicherheit die Relation

$$y_3 < y_2 < y_1.$$

Im gegebenen Fall ist die Amortisationsdauer von Variante 3 mit Wahrscheinlichkeit Eins, d. h. mit Sicherheit kleiner als die Amortisationsdauern der Varianten 2 und 3. Das erwünschte Ereignis, daß die Amortisationsdauer minimal wird, tritt hier bei Variante 3 mit der höchstmöglichen Wahrscheinlichkeit Eins auf.

## 5. Wirtschaftlichkeitsbewertung nach dem Maximum kriterieller Größen

Soll die Wirtschaftlichkeitsbeurteilung von Lösungsvarianten mit Hilfe solcher kriterieller Größen wie Gewinne, Überschüsse, Renditen, Erlöse, Kostenreduzierungen oder auch Wirkungsgrade erfolgen, so gilt nach konventionellem procedere als wirtschaftlich günstigste Variante diejenige, bei der die kriterielle Größe ein Maximum annimmt:

$$y_j = \underset{i=1}{\overset{a}{\text{Max}}} y_i. \tag{13}$$

Aus den schon in Abschnitt 4 vorgestellten Gründen ist die Erfüllung dieses Kriterium (13) durch jede der insgesamt  $a$  Varianten ein erwünschtes Zufallsereignis, das für die zur Auswahl stehenden Varianten mit der Wahrscheinlichkeit

$$P_k = P \left\{ y_k = \text{Max}_{i=1}^a y_i \right\} \quad (14)$$

auftritt.

Als Beispiel sind in Abb.5 die Unschärfbereiche der per-unit-Gewinne von 3 Varianten angegeben.

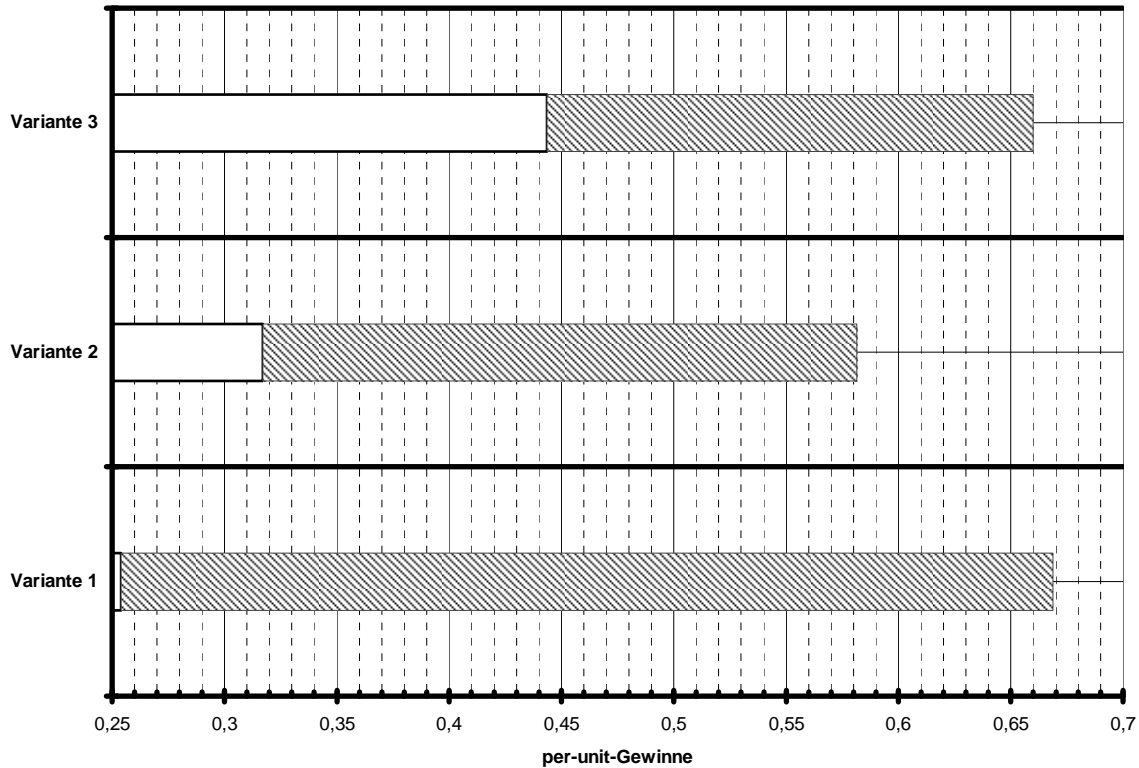


Abb. 5

Die Unschärfbereiche koinzidieren teilweise und machen es daher unmöglich, eine deterministische Wirtschaftlichkeitsbeurteilung nach dem Kriterium (13) vorzunehmen.

In Abb. 6 sind über diesen Unschärfbereichen die durch Monte-Carlo-Simulation ermittelten Verteilungen der per-unit-Gewinne dieser 3 Varianten aufgetragen.

Die Verteilungsfunktionen überschneiden sich, so daß die Wahrscheinlichkeiten (14) für die erwünschten Ereignisse Monte-Carlo-simuliert wurden.

$$P_1 = P (y_1 = \text{Max}) = 0,0290$$

$$P_2 = P (y_2 = \text{Max}) = 0,0003$$

$$P_3 = P (y_3 = \text{Max}) = 0,9707$$

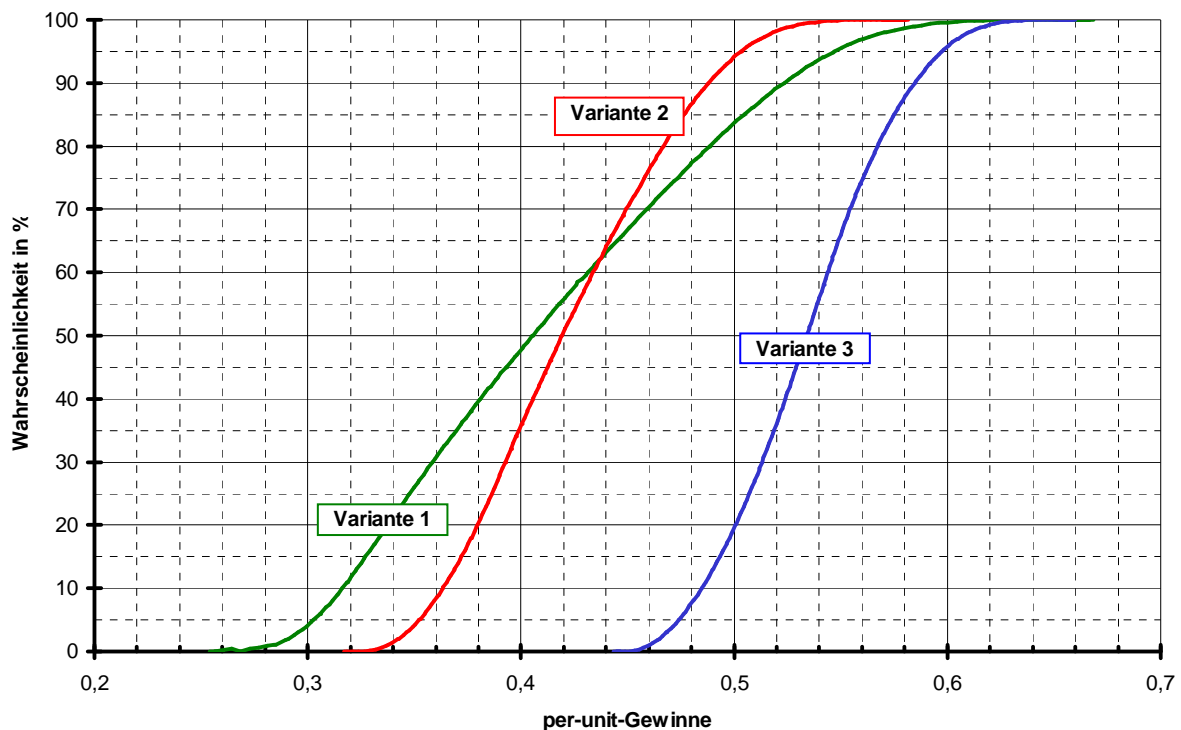


Abb. 6

Das erwünschte Ereignis größtmöglichen per-unit-Gewinns tritt bei Variante 3 mit der maximalen Wahrscheinlichkeit von 0,9707 auf. Die per-unit-Gewinne der Varianten 1 und 2 erreichen mit erheblich kleineren Wahrscheinlichkeiten Maximalwerte. Deshalb ist hinsichtlich des Kriteriums maximaler per-unit-Gewinne nach (13) Variante 3 am wirtschaftlichsten.

Das Risiko dafür, daß eine Entscheidung zugunsten der Variante 3 falsch sein kann, ist identisch mit der Wahrscheinlichkeit für das unerwünschte Ereignis, daß die per-unit-Gewinne der Varianten 1 und 2 größer als der per-unit-Gewinn der Variante 3 sind. Diese Wahrscheinlichkeit im Sinne eines Risikos beträgt lediglich 0,0293, ist also vernachlässigbar klein.

Die Monte-Carlo-simulierte Verteilungsfunktion des per-unit-Gewinns der Variante 3 enthält weitere wichtige Informationen:

Wie aus Abb. 5 bzw. 6 ersichtlich, wird der Unschärfbereich des per-unit-Gewinns durch 0,4435 und 0,6598 begrenzt.

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,05 wird ein per-unit-Gewinn von 0,5975 erreicht bzw. überschritten, während dieser per-unit-Gewinn mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,95 unterschritten wird.

Andererseits ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein per-unit-Gewinn von 0,4741 erreicht oder überschritten wird, gleich 0,95.

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,05 wird hingegen dieser per-unit-Gewinn unterschritten.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der per-unit-Gewinn in einem Bereich von 0,4741 bis 0,5975 bleibt, beträgt 0,9.

## 6. Berücksichtigung verfügbarer Eingabeinformationen

Qualität und Zuverlässigkeit der Wirtschaftlichkeitsbeurteilungen werden maßgeblich durch den Level und Fundus der Eingabeinformationen bestimmt, die entweder direkt verfügbar sind oder in vielen Fällen auch unter Unschärfebedingungen erschlossen werden können.

Für die ingenieurpraktische Anwendung wird empfohlen, einige Aspekte zu beachten, die im Folgenden an ausgewählten Beispielen erläutert und demonstriert werden.

In Abb. 7 ist die Monte-Carlo-simulierte resultierende Verteilung nach (6) und (7) von per-unit-Kosten dargestellt, die einem Kontinuum von Gleichverteilungen unterliegen.

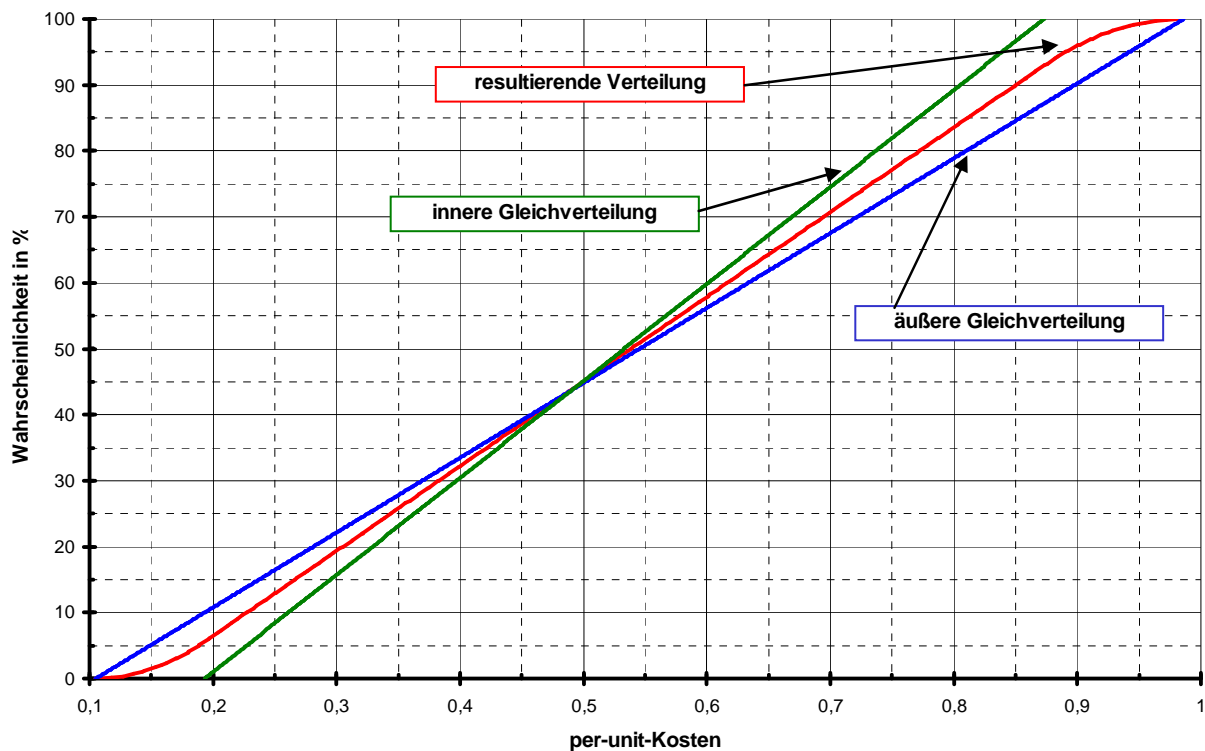


Abb. 7

Im gleichen Diagramm sind die extremalen Gleichverteilungen dieses Kontinuums, die äußere und innere Gleichverteilung, mit dargestellt.

Man erkennt deutlich, daß die resultierende Verteilung nach der Definition (6) und (7) nichtlinear ist u. sich deutlich von einer Gleichverteilung unterscheidet, deswegen auch keineswegs eine Art gemittelte Gleichverteilung ergibt.

Wenn bei Wirtschaftlichkeitsbeurteilungen von Eingabevariablen bekannt ist, daß sie Gleichverteilungen oder auch anderen Verteilungen unterliegen, deren Verteilungsparameter innerhalb gewisser Unschärfeintervalle liegen, sollten diese verfügbaren Informationen unbedingt so aufbereitet werden, daß zur Ermittlung der Verteilungen der Resultatvariablen bzw. der Wahrscheinlichkeiten für erwünschte oder auch unerwünschte Ereignisse die resultierenden Verteilungen der Eingabevariablen nach Abschnitt 2.2 Berücksichtigung gar fehlerhafte Ergebnisse u. Entscheidungen.

In Abb. 8 sind von per-unit-Kosten der Varianten 1, 2 u. 3 über deren Unschärfebereichen mangels besserer Informationen ihre Gleichverteilungen dargestellt.

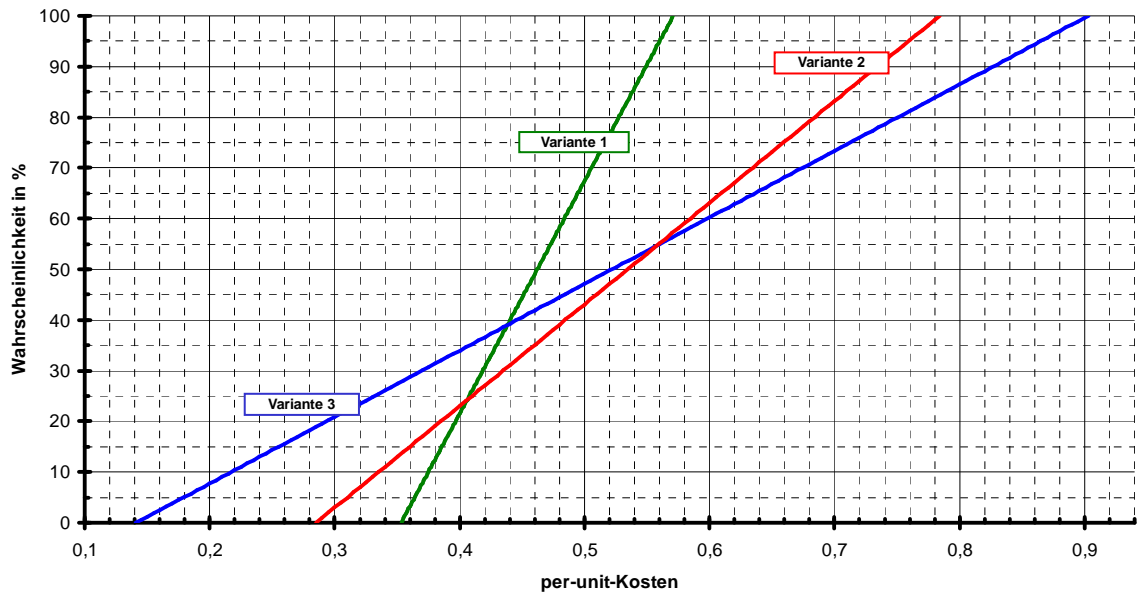


Abb. 8

Wenn für die vorzunehmende Wirtschaftlichkeitsbeurteilung Informationen über das Zufallsverhalten der Summe dieser 3 per-unit-Kosten erforderlich sind, liegt aus Gründen der Vereinfachung zunächst nahe, die Verteilung der Kostensumme wiederum als Gleichverteilung aufzufassen, die über einem Unschärfeintervall liegt, dessen untere Begrenzung durch die Summe der unteren Intervallgrenzen und deren obere Begrenzung durch die Summe der oberen Intervallgrenzen der einzelnen per-unit-Kosten gebildet wird. Diese Gleichverteilung ist in Abb. 9 dargestellt.

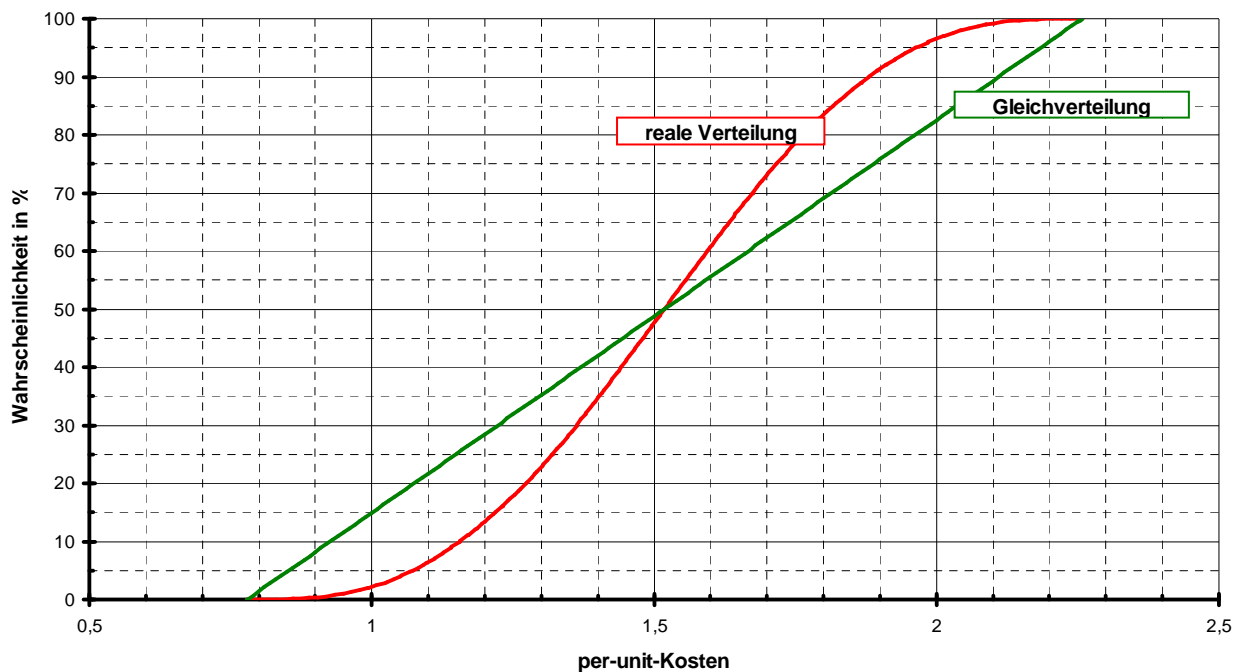


Abb. 9

Im gleichen Diagramm ist außerdem die reale, Monte-Carlo-simulierte Verteilung der Summe dieser

3 per-unit-Kostengrößen dargestellt, die unter Berücksichtigung der 3 Gleichverteilungen nach Abb. 8 ermittelt wurde.

Der Unterschied zwischen beiden Verteilungen ist deutlich und kann sich erheblich auf die Informationen auswirken, die durch das in den vorherigen Abschnitten vorgestellte Verfahren zur Wirtschaftlichkeitsbeurteilung anhand zu minimierender oder maximierender Resultatgrößen gewonnen wurden. Das gilt ebenso für daraus abgeleitete Entscheidungen.

Ein weiterer Gesichtspunkt wird zweckmäßig am Beispiel des Zufallsverhaltens der elektrischen Leistung innerhalb eines bekannten Unschärfeintervalls dargestellt. Von dieser elektrischen Leistung sei das Unschärfeintervall von 4 MW bis 5,5 MW bekannt.

Liegen keine weiteren Informationen vor, wäre zu unterstellen, daß innerhalb dieses Unschärfereiches die elektrische Leistung einer Gleichverteilung unterliegt.

Sie ist in Abb. 10 dargestellt.

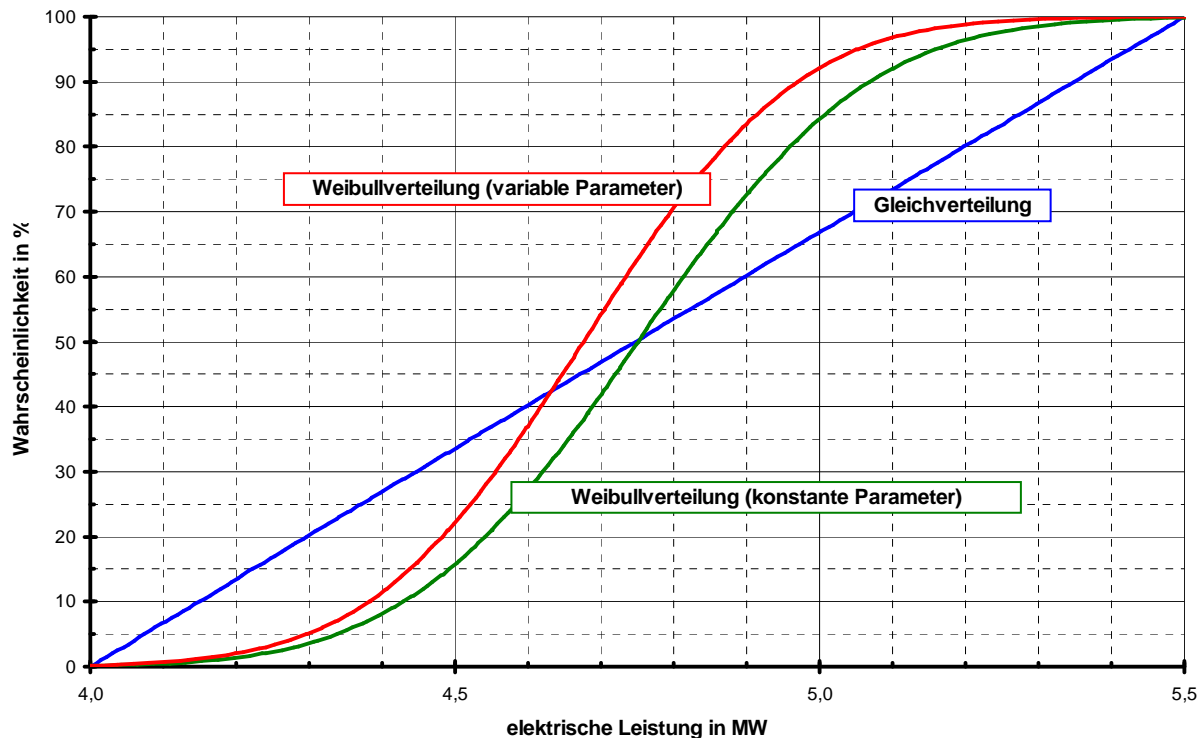


Abb. 10

Kann darüber hinaus, wie in vielen Fällen, das Zufallsverhalten der elektrischen Leistung durch eine Weibull-Verteilung angenähert werden, so können einerseits die Verteilungsparameter (Mittelwert, Standardabweichung u. a.) punktuell bekannt, also konstant sein.

Diese Weibull-Verteilung ist ebenfalls in Abb. 10 aufgetragen.

Es ist aber auch möglich, daß für diese Verteilungsparameter nur Unschärfbereiche bekannt sind.

Dann unterliegt die elektrische Leistung einem Kontinuum von Weibull-Verteilungen.

Die resultierende Verteilung ist ebenfalls in Abb. 10 dargestellt. Die Abweichungen dieser 3 Verteilungen, die je nach vorliegendem Informationslevel für die elektrische Leistung zu berücksichtigen wären, sind keineswegs unerheblich.

Soll für die vorzunehmende Wirtschaftlichkeitsbeurteilung der Elektroenergieverbrauch als Produkt aus elektrischer Leistung und jährlicher Benutzungsdauer herangezogen werden und ist die jährliche Benutzungsdauer gleichverteilt über dem Unschärfeintervall von 3500 h bis 4500 h, so ergeben sich entsprechend den 3 Verteilungen der elektrischen Leistung nach Abb. 10 die in Abb. 11 durch Monte-Carlo-Simulation ermittelten Verteilungen des Elektroenergieverbrauchs.

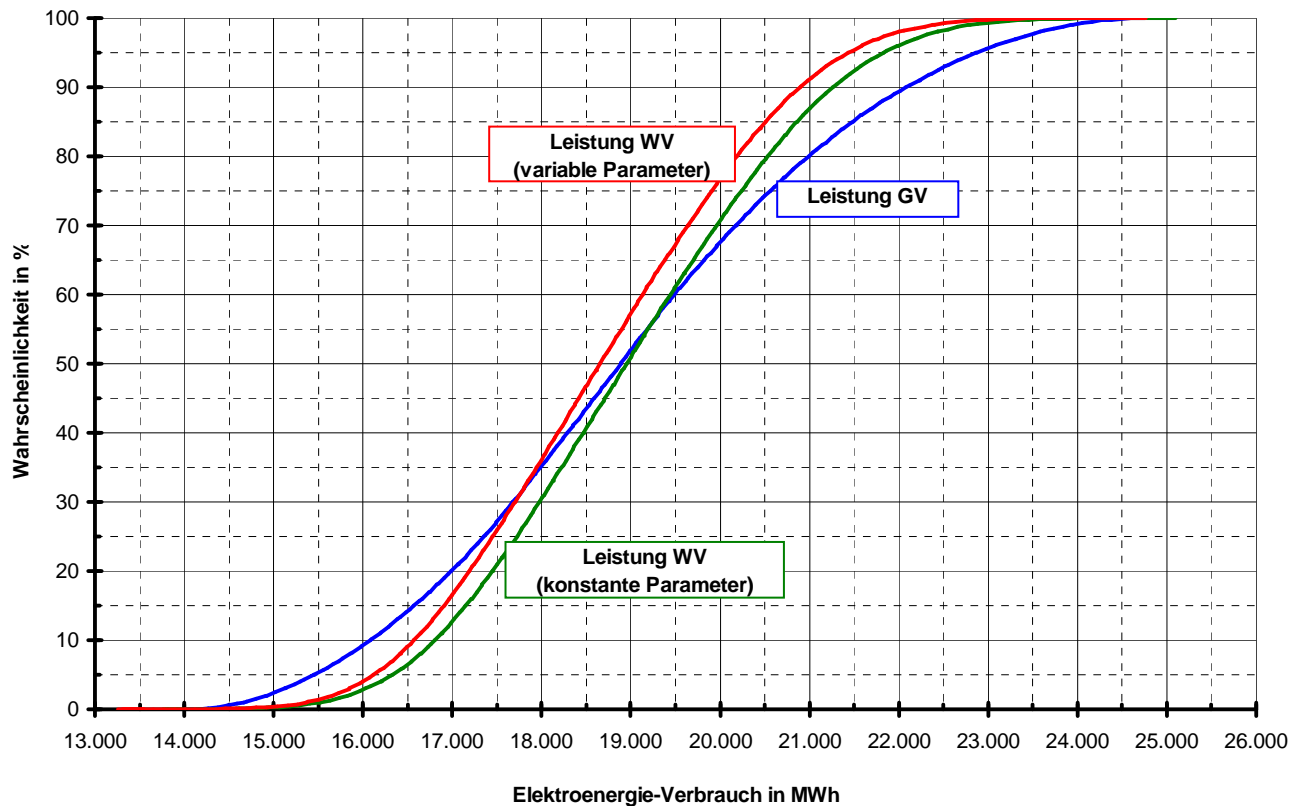


Abb. 11

Man erkennt zwischen diesen Verteilungen deutliche Unterschiede, die sich auf die Wirtschaftlichkeitsbeurteilung erheblich auswirken können.

Insgesamt wird nachdrücklich empfohlen, mit Sorgfalt und Sachkenntnis den Level der unscharfen Eingabeinformationen möglichst hoch zu heben, andererseits aber auch alle verfügbaren oder beschaffbaren Informationen über die Eingabegrößen ins Kalkül zu ziehen.

## 7. Literatur

- [1] Hoffmann, J. Skriptenreihe  
 Probabilistische Berechnungen in der Elektrotechnik  
 Teil 1: Stochastische Grundlagen und Modelle  
 Technische Hochschule Wismar  
 Lehrstuhl Elektroenergieanlagen 1990
  
- [2] VDI 2067 Berechnung der Kosten von Wärmeversorgungsanlagen
  
- [3] Stelzer, L. Investitions- und Wirtschaftlichkeitsrechnungen -  
 Anwendungsmöglichkeiten für die Unternehmungen der  
 Elektrizitätswirtschaft

- [4] Warnecke, H.-J.      Wirtschaftlichkeitsrechnung für Ingenieure  
u.a.                      Carl-Hanser-Verlag München, Wien 1991